

福岡県公立高校入試 数学

過去10年間の分析、および傾向と対策

執筆責任者 わたなべ学習塾 塾長 渡辺 竜次

目次

| | |
|-----------------------------|--------|
| 1、はじめに | ・・・p3 |
| 2、過去10年間の問題の概要 | ・・・p4 |
| 3、各年度の分析詳細 | ・・・p8 |
| (1)平成14年度 | ・・・p8 |
| (2)平成15年度 | ・・・p9 |
| (3)平成16年度 | ・・・p11 |
| (4)平成17年度 | ・・・p13 |
| (5)平成18年度 | ・・・p15 |
| (6)平成19年度 | ・・・p17 |
| (7)平成20年度 | ・・・p19 |
| (8)平成21年度 | ・・・p21 |
| (9)平成22年度 | ・・・p23 |
| (10)平成23年度 | ・・・p25 |
| 4、分野別分析・・・(非公開) | |
| 5、得点配分・得点率(正答率)との関係・・・(非公開) | |
| 6、段階別対策指導について・・・(非公開) | |

1.はじめに

この内容は、福岡県公立高校入試問題(数学)の過去10年分の問題を検討・分析を行い、今後の塾での教科指導・運営の基本を作るために作成したものである。そのため今まで培ってきた教科指導のノウハウが凝縮されていると言っても過言ではない。

しかしこの内容を、一部を除いて公開しようと考えている。

それは一人でも多くの人に、この内容を”有効に”活用していただきたいと思っているからである。この文章だけで学習ができるなら、それはわざわざ費用をかけて学習塾に通う必要は無い。ただ、この資料を見ただけでなく「実際に授業を受けたい」と感じてもらえれば、そのときは全力で応援しようと考えている。

もちろん、公開するということは一般の学校や他塾にも情報をお渡しするということである。しかしその情報を、生徒たちのために”有効活用”してもらえらるなら、それでも構わない。ぜひ使える部分は遠慮なく使っていただきたい。とは言え、この資料作成にはそれなりの時間と労力がかかっているのも事実である。そのため、以下の内容には必ず従っていただきたいと、強く願います。

○公教育や、学習塾・進学塾など「教育機関」の関係者の方へ

- ① この資料に関する著作権のすべては、わたなべ学習塾が所有するものとする。
- ② 特に、著作者の許可無く内容を改変することは厳禁とする。
- ③ 公開している内容の複製・頒布は自由とするが、一部引用に関しては引用元を必ず明記すること。

なお、この内容は私個人が分析をし検討したものであるため、他者との見解の違いも生じる可能性がある。その時は「自分にとって必要である」と思う情報を信じてもらいたい。

この資料が、一人でも多くの人役に立つことを祈っている。

わたなべ学習塾

代表 渡辺 竜次

2、過去10年間の問題の概要

まずは各年度の問題の詳細を考察していく前に、全体を通しての基本的な傾向を押さえておく。

(以下得点率に対する言及は、この資料の作成時期の関係で平成23年度を除く9ヵ年分のものである)

① 大問題1 小問集合

計算・方程式・関数・確率・図形など、数学の各分野から比較的基本と思われる問題が10問出題されている。各問題は2～3点と配点は低いものの、全て正解すると24～25点という点数になる。これは全体の点数の40～42%を占めることになるので、ここを確実に解けるようにすることが、数学対策の第一歩と言えるであろう。

また実際の受験生の得点率(正答率)においても、78, 6%(平成15年度)～84, 6%(平成21年度)と、得点率はかなり高い。(注1)

小問も見えていくと、(10)の得点率の変動がもっとも激しい。43, 2%(平成15年度)～72, 0%(平成14年度)と30ポイント近くの差が生まれている。おそらく15年度の問題では、「中心から円上の2点に直線を引いたら、3点が二等辺三角形を作る＝底角が一致」ということを見落とした受験生が多かったのではないだろうか。

なお小問集合という性質上、問題の順番が入れ替わったり、特殊な傾向の問題が出題されやすいことにもなる。これも注意が必要なポイントである。(注2)

② 大問題2 文章問題

与えられた文章から、連立方程式または二次方程式を立式し、それをもとに未知の量を計算する記述問題。計算過程を記述しないといけないことに目を奪われがちだが、もっとも難しいのは立式の段階であると思われる。平成18年度の%(パーセント)割合を考慮するものや、平成22年度の割引を考慮しなければいけないものなどが難しい。

また方程式を立てたときの未知数 x を答えとしないものもある(平成20年度など)。これも受験生にとっては盲点になりやすい部分であると言える。(注3)

この問題の配点は、記述部分で4点、求められている値で1点という配分。これは全体の約8%に相当する。「8%」という割合は比較的少なく感じるかもしれないが、福岡県では特に、後の図形問題が比較的難しいものが多いので、数学の得点を上げるためにはかなり重要な問題である。

また得点率については、25, 1%(平成20年度)～70, 4%(平成16年度)ときわめてバラつきが多い。上記の内容も踏まえて、多少難しい問題であっても対策を行い、他の受験生と差をつけられるようになればかなり有利になると言える。

③ 大問題3 証明問題

問題文で問われている内容を文字式で立式し、それを用いて証明の記述を行う問題。この証明する内容は、

大きく「整数の性質に関するもの」と「図形量の性質に関するもの」とに分類される。これを得点率を比較すると、圧倒的に図形量の方を苦手としている受験生が多いことがわかる。

一般的に受験生は、証明問題が苦手である。その一番の原因は「何を示せばいいのかの目標が掴めない＝最終地点が見えないので計算のしようが無い」ということであろう。これは言い方を変えれば、「示すべき目標を掴めたら、すんなりと計算できる」ということでもある。

そのため対策としては、「～で割り切れることを示せ」や「～の倍数になることを示せ」などの場合では何が最終形なのか、ということを整理しておく、かなり得点率を上げることができる。

大問題3の配点は、証明すべてを含めて5点。これも大問題2と同様、合否に対して重要な問題と言える。

また得点率は平成14年度と平成21年度がそれぞれ34, 3%・34, 9%と低い。それ以外の年度では50, 1% (平成17年度)～69, 2% (平成19年度)と、半数以上の受験生が正解している。この違いがまさに、冒頭に述べた「整数の性質か図形の性質か」ということである。図形量の問題では、示すべき式が記載されていることがほとんどである。そのため図形量を把握するだけで得点率はかなり上昇するはずなので、ここにポイントを絞って対策することもひとつの手段である。

④ 大問題4 関数

大問題4は関数に関する問題である。しかし一言で関数と表現しても、一次関数(正比例関数)、反比例関数、二次関数など、テーマとして扱われるものはかなり幅が広い。またかつ、出題のされ方も「文章問題」「複雑な容器に2ヶ所から水を入れる」「グラフを描く」「適切な対応表を選ぶ」「複数の関数を融合させる」など、非常に対策を行いつらいものである。

「関数の問題が全くわからない」という受験生の声は非常に多い。その一番の原因は、関数とは何かかわかっていない・・・より正確に言い換えれば、関数の概念が身につけていないことである。そこでまずは高度な問題よりも、独立変数 x と従属変数 y の対応表を作る、それによるグラフを描くという、本当の基本をやり直すことが遠回りのようでもっとも近道な対策である。

この問題の配点は、基本的に(1)が2点、(2)・(3)が3点という、計8点である(平成14年度だけは、小問題の数が多かったため計9点であった)。また得点率は33, 8%(平成21年度)～54, 7%(平成17年度)^(注4)と、それほど高くないと言える。

この得点率の低さの原因は(3)の得点率に影響されたことが一番大きい。(3)の得点率だけ注目すると、8, 0%(平成21年度)～23, 9%(平成15年度)と、ほとんどの受験生が解けていないということがわかる。

⑤ 大問題5 平面図形

大問題5では、相似(または合同)の証明や、辺の長さ・三角形の面積の比などを問う問題が出題される。ここからの図形の問題は、いうなれば福岡県公立高校入試の十八番の分野である。他県の問題と比べても、福岡県の図形問題は非常に質が良く、難易度も高い。特に過去10年間でもっとも難しいと思われる問題が出題された

のもこの分野である(後述)。

またこの問題から、数値計算も非常に複雑になることも重要なポイントである。辺の比を考えたら分数の計算が、三平方の定理を考えたら根号のついた数が・・・と、すぐに煩雑な計算に追われることとなる。

そのためには、計算量を減らす意味でも「 $1:2:\sqrt{3}$ 」「 $1:1:\sqrt{2}$ 」「 $3:4:5$ 」という辺の比を持つ直角三角形を覚えておくとよい。高校に進学をした後でも、必ず役に立つものである。

この問題の配点は9点～10点。そのうち半分近い4点を図形の証明が占めている。最低限、この証明だけは落とさないようにしたい。また全体的に得点率は非常に低く16, 5%(平成20年度)～48, 3%(平成14年度)となっている。

より細かく見ていくと、この得点率の差は(3)の得点率の影響を大きく受けている。おそらく平成19年度・平成20年度のものが過去10年間の問題の難易度2トップである。その得点率は平成20年度のものでわずか0, 6%である(平成19年度は非公開)。この得点率は他の受験問題においても類を見ない低さであると言える。

⑥ 大問題6 空間図形

大問題6では、空間の把握や立体の体積、展開図を用いて折れ線の長さの最小値を求める問題などが出題される。また大問題5と同様の、辺の長さの比や三角形の面積に関係する問題も出題されている。

空間図形の分野は、大半の受験生が苦手としている分野である。しかし正解を導くために必要になる知識は、実は平面図形とほとんど変わらない。つまり空間の中にできる平面をきちんと把握すれば、平面図形と同じ要領で解くことができるのである。そのため、まずは空間独自の空間把握(ねじれの位置・平行の位置にある辺を答える)ものから始め、少しずつ立体の頂点距離を求める、立体の体積を求める・・・という対策をとれば効果が高まるであろう。

この問題の配点は8点。すなわち大問題5の配点よりも少ないのである。よってこの点からも、空間独自の問題に入る前に平面図形をしっかりと対策しておくべきであると言えるのである。

また得点率は22, 0%(平成22年度)～55, 7%(平成15年度)と、大問題5よりも若干高いものの、全体的には非常に低い数値である。またこの得点率のバラツキの原因のひとつに、扱われている空間図形が「柱」の形をしているのか「すい」の形をしているのか、ということもある。得点率の高い平成15年度は、三角柱を三角柱のまま計算するものであったため、(3)まで解き進められた受験生も多かったであろう。

全体の傾向、またその簡単な対策については以上である。次章からは各年度の問題を、より細かい視点から分析するものとする。

補足

(注1)・・・平成17・18・19年度は、大問題全体での得点率は公開されていない。しかし各小問題の得点率が公開されているため、全体の得点率を概算した。その値はこの範囲の中に含まれている。

(注2)・・・特に平成23年度の、確率の平均をもとにした全体の推定は高校内容の期待値の基礎である。珍しい。

(注3)・・・植木算に代表される、非常に勘違いをしやすい内容を含むこともある。

(注4)・・・これは小問題の得点率からの概算である。

なお以下の検証において、数式・変数・分数などの表記に対する体裁は、かなりお見苦しいものになっている。数式エディタはあるものの、作業効率の関係で今回は使用を控えることにした。

内容には影響しないように配慮はしたが、このように公開するものとしてはより完成度を高めるべきであった。閲覧者には深くお詫びをしたいと思います。

3、各年度の詳細分析

この章では、過去10年分の入試問題において、各問題を分析していくものである。なお著作権を侵害しないように考慮し問題自体の掲載は控えるので、その点は了承していただきたい。

またコメントする解法は、もっとも受験生にとって汎用性の高いものを選択したつもりであるが、場合によってはより平易な解法が存在するかもしれない。

■平成14年度■

○大問題1

- (1) 正の数・負の数の計算問題。
- (2) 文字式を整理する計算問題。
- (3) 文字に数値を代入する計算問題。負の数の2乗に注意。
- (4) 根号を含んだ計算問題。特に分母の有理化を含んでいるため要注意。
- (5) 一次方程式の計算問題。
- (6) 公式を用いた因数分解。
- (7) 因数分解を用いた二次方程式の計算問題。
- (8) 傾きと通る点がわかっているときの直線の方程式を求める問題。重要。
- (9) 2つのさいころを用いた確率の問題。
- (10) 円と三角形・四角形を用いた角度を計算する問題。二等辺三角形の底角が等しいことと、直径の円周角が 90° になることを利用。

○大問題2

連立方程式を立式する文章問題。4人のグループ数を x 、5人・6人のグループ数を y とおくと、式を立てることは比較的楽である。

○大問題3

図形量を文字で計算する証明問題。円環の面積を「大きい円－小さい円」と考えることができたかどうか。そして最終段階で1に書き換えができたかどうか壁になる。決して難しい問題ではないが、受験生が苦手とする問題であろう。

○大問題4

関数に対する基本的な問題であるが、文章題となっているため勘違いをする受験生が多かったのではないと思われる。文章の前半に二次関数があったため、後半も同様に考えてしまう可能性が高い。そこで(1)におい

ては(ア)の得点率に比べて(イ)の得点率が非常に低くなっている((ア)は64, 5%に対して(イ)は16, 3%)。

(2)は二次関数の比例定数を求める基本問題。

(3)は対応表よりもA~Dの運動の意味を知っていたほうが、理科の問題にも役立つことである。

○大問題5

(1)平行線がある場合、それと交わる二直線によって囲まれる2つの三角形は相似になる。このパターンは非常に多く出題される。

(2)平行線による三角形の比の問題としては基本問題。

(3)メネラウスの定理(高校範囲)がそのまま使える問題であるが、この問題のためだけに覚えるのは効率が悪いであろう。ただしメネラウスの定理の証明をそのまま問題に当てはめることで、比較的容易に正解を導くことができる。具体的にはCからDFに平行な直線を引き、辺ABとの交点をHとすれば $BC:CF=BH:HD$ となるので、辺AB上に仮定の比を当てはめればよい。

○大問題6

(1)面BCDEが長方形であることがわかれば容易。

(2)体積の問題は、その大半が「高さ」に相当するものを求めることが重要。ここでは仮定から、頂点Aから面BCDEに下ろした垂線の足は、対角線BDとCEの交点(それぞれの中点)になることを把握できればよい。

(3)最終的にどの断面を使うかを判断できれば、後は三平方の定理で計算するのみである。問題にはA、D、Eを通る平面と書いてあるが、求めるものはMからANに引いた垂線の長さなので、A、M、Nを通る平面を考えればよいことになる。なお三角形AMNが正三角形になることに気づけば、さらに容易になる。

総評:平成14年度は目立った難問は少なかったように感じられる。しかし大問題3のように受験生が苦手ではないかと思われる問題、大問題4のように勘違いを起こしやすい問題などがあったため、全体的な得点率は例年に比べて、やや低めであった。

大問題5、大問題6のような図形の問題は、他の年度に比べてやや易しめかと思われるので、図形問題の練習としては、この問題は活用できるものであると感じられる。

■平成15年度■

○大問題1

(1)正の数・負の数の計算問題。

(2)文字式を整理する計算問題。

(3)文字に数値を代入する計算問題。負の数の二乗に注意。

(4)根号を含んだ計算問題。

- (5) 一次方程式の計算問題。
- (6) 因数分解を用いた二次方程式の計算問題。
- (7) 比例定数を求めてもよいが、 x の値が -2 倍されているので、 y は $-1/2$ 倍と考えてもよい。
- (8) 多角形の内角については公式を覚えてもいいが、きちんと対角線を引けるようにしたほうが応用が利く。
- (9) 3枚の硬貨による確率。どの硬貨が表になるのかを分けなければならない。
- (10) 円と三角形を用いた角度を計算する問題。三角形 OAB が二等辺三角形であることに気づかないといけないところが、やや受験生には難しいか。

○大問題2

(ア)を選んだ生徒を x 、(イ)を選んだ生徒を y とおいて連立方程式を立てることになるが、条件の%がうまく使えるかどうかは鍵。また分数(または小数)を含む方程式になるので、きちんと等式を変形して簡単な数字に直せないと計算に手間取ることになる。

○大問題3

「8でわりきれることを示す」=「証明の目標は、 $8 \times (\text{整数})$ の形にする」。このことをスムーズに意識すれば、比較的容易な問題である。

○大問題4

問題文の図形から二次関数を連想するところが最初の壁かもしれない。毎秒 1cm ということから $BG = x$ と考えれば面積 y は自然に二次関数になるが、ここがスムーズにいかないと手が進まない。

- (1) 関数と考えなくても、そのまま面積計算できる。
- (2) (1)の結果だけではなく、もう少し通る点を求めてからグラフに描くべき。
- (3) このような一次関数の式を求める問題は頻出。図形的に変化量を考えてもいいが、始点と終点を結ぶ直線と考えれば計算もパターン化でき、ほかの問題でも応用が利くようになる。

○大問題5

- (1) 平行線とそれに交わる二直線によって囲まれる2つの三角形は相似。頻出事項。
- (2) 三平方の定理で高さを求めればよいが、 $1:2:\sqrt{3}$ の直角三角形を考えればスムーズ。
- (3) 2組の相似な三角形を用いて、辺 BG 上に比を重ねることになる。辺の比を求める問題では、比を重ねることで計算することがよく出題されている。

○大問題6

- (1) ねじれの位置については、①考えている直線と交わらない、②考えている直線を含む平面に含まれな

い・・・という基準で考えれば容易に答えられる。

(2) 柱の体積＝底面積×高さ。高さは与えられているので、底面の三角形の面積を求めればよいことになる。よって頂点Cから直線ABに垂線を下ろせば、後は三平方の定理である。計算の簡略化のために、3:4:5の直角三角形を考えてもよい。

(3) 折れ線の長さの最小値は頻出事項。展開図を考えて、それに始点と交点を結ぶ線分の長さを考えればよい。これは経由点がいくつ増えても同様である。

総評：例年に比べ、大問題1の小問集合の得点率がやや低めであったが、大問題6の空間図形が解きやすく、結果として全体では例年通りの得点率となっている。あまり出題されない問題や、連立方程式の立てにくさを踏まえると、この年の数学の結果はかなり学力によって差が出たのではないかと感じる。今後に向けては、大問題4の関数が応用問題かつよく出題される「一次関数の式」を求める問題なのでいい練習問題になるであろう。

■平成16年度■

○大問題1

- (1) 正の数・負の数の計算問題。
- (2) 文字式を整理する計算問題。
- (3) 文字に数値を代入する計算問題。負の数の二乗に注意。
- (4) 根号を含んだ計算問題。
- (5) 一次方程式の計算問題。
- (6) 因数分解を用いた二次方程式の計算問題
- (7) 二次関数の値を求める問題。これは比例定数を求めるべき。
- (8) 2つのさいころによる確率の問題。
- (9) 角度の大きさを求める問題。円周角の定理しか使う必要が無い易問。
- (10) 反比例のグラフを描く問題。面倒がらずに複数の点をプロットするべき。

○大問題2

平成15年度と似たような連立方程式の立て方になるが、%を使っていない分、やりやすいのではないかと感じる。ただし係数に小数がついているので、うまく等式を変形して計算しやすい状態にするべき。

○大問題3

「3でわりきれることを示す」＝「証明の目標は、 $3 \times (\text{整数})$ の形にする」。というパターン。内容は比較的易しいが、きちんとした証明の体裁や誤字・脱字が無いかも注意すべきである。

○大問題4

見慣れない容器の図に驚いた受験生も多かったであろうが、こういう問題こそ関数の基本に立ち帰ると非常に解きやすい。図形的な考察が必要になるのは、実は(3)のみである。

- (1) グラフから比例定数を考えると、 y の値(水面までの高さ)はすぐに計算できる。
- (2) 2点(10, 20)、(35, 50)を通る直線の方程式と見れば難しく考える必要はない。
- (3) 「入れた水の体積＝容器の体積＝水が入っている部分の縦×横×高さ」であるから、特に y の値を1とするとMFの長さは非常に計算しやすくなるであろう。

○大問題5

相似の証明は頻出のパターンがそのまま当てはまる。(2)も相似比で計算できるため問題になるのは(3)の問題であろう。面積比を求める問題は、直接面積を求めるのではなく、底辺比や高さの比に帰着させる方法が多い。しかしこの問題では、考察すべき2つの三角形が辺で接していないので、単純な比に直しにくい。そこで両方の三角形と辺で接している三角形DGEを経由させる方法が望ましい。

- (1) 平行線とそれに交わる二直線によって囲まれる2つの三角形は相似。頻出事項。
- (2) BCとAFが平行であるから三角形ABCと三角形EAFは相似である。
- (3) 三角形DGCと三角形DGEの面積比から三角形DGCと三角形DECの比が求まる。これと三角形AEDとの面積比を考えればよい。ともに高さが共通となるため面積比＝底辺比である。

○大問題6

五角形の面積は、三角形と四角形に分割して求めるのが定石。よってBとEを結び、三角形ABEと四角形(長方形)BCDEに分割することが問題を解く第一歩となる。また三角形ABEは二等辺三角形なので、AからBEに垂線を下ろすことも必須事項である(これは大問題5にも共通する)。

- (1) ねじれの位置については、①考えている直線と交わらない、②考えている直線を含む平面に含まれない・・・という基準で考えれば容易に答えられる。
- (2) 表面積であることに注意。底面の五角形の面積さえ求められれば、側面は全て長方形なので容易。
- (3) 立体の頂点間の長さは、その二点を結ぶ線分を含む断面を考える。この問題では長方形ACHFを考えることになる。ACの長さを求めることがやや難しいか。

総評：問題のレベルとしては、大問題4でやや戸惑うことと、大問題5(3)が受験生には厳しい問題だったかも知れない。しかし結果としては、大問題1・2・3の得点率が高かったため、全体としては例年通りの得点率であった。特筆すべきは大問題6。問題の質としてはそれほど難しくもないものの、やはり五角形にあせったのか、得点率はきわめて低い。大問題ごとの得点率の差が大きいため、微妙な合否ラインにいる生徒にとっては、差をつけにくい内容であったと言える。

■平成17年度■

○大問題1

- (1) 正の数・負の数の計算問題。
- (2) 文字式を整理する計算問題。
- (3) 文字に数値を代入する計算問題。負の数の二乗に注意。
- (4) 根号を含んだ計算問題。
- (5) 一次方程式の計算問題。
- (6) 因数分解を用いた二次方程式の計算問題。
- (7) 比例定数を求めてもよいが、 x の値が -2 倍されているので、 y は $-1/2$ 倍と考えてもよい。
- (8) 傾きと通る点がわかっているときの直線の方程式を求める問題。重要。
- (9) 4枚のカードを用いた確率の問題。「積が偶数」＝「少なくともどちらかが偶数」と考えると、余事象の確率を用いて計算すべき。それが難しい場合は、全16通りを羅列するほうが確実であろう。
- (10) 円と三角形を用いた角度を計算する問題。角度が一つしかわかっていないため比較的難しい。BDを延長して円周角をもう一つ作る方法や、OとCを結んで三角形OBCが二等辺三角形になることを使う方法など、いくつか解法があるが、どちらも「直径の円周角は 90° になる」ことや「中心角は円周角の二倍」など、もう一步踏み込まないと正解が出せない。

○大問題2

条件として提示されているエネルギーの表が「食品100gあたりのエネルギー」となっている。ここで勘違いする受験生も多かったであろう。ここを踏まえて立式することができれば、後は標準的な連立方程式の問題である。

○大問題3

きちんとした対策をしていないと「奇数を文字でおく」という部分が難しいかもしれない。最初の奇数に関しては解答欄に提示があるものの、その仕組みがわかっていると他の奇数のおき方がわからない。また他の問題と同様、「証明の目標は $16 \times (\text{整数})$ の形にする」ということも重要である。

○大問題4

一次関数と二次関数の融合問題。関数の考え方がしっかりしていれば決して難しい問題ではないが、そうでない受験生は(3)に手が出なかったであろう。併せてこの問題の状況が文章でしか表現されていないので、(3)においては「どういう条件をもとに問題を解けばいいのか」すらわかりにくかったかもしれない。

その反面、(1)(2)は非常に解きやすい問題であった。

- (1) x に25を代入し計算。
- (2) グラフから(30, 120)を読み取れば容易。速さは距離を時間で割ったものであるから、関数のグラフで考

えると「傾き」に相当するものである。

(3) 条件を整理するとバイクの速さの関数は、このグラフにおいて(10, 20)と(15, 60)を通る直線を描くものである。ポイントはこの後で、バイクがP点を通ったときの時間を問われているのであるから、「バイクの位置は0である」。これは言い換えたなら、「移動距離のyが0のとき」である。すなわち条件から求めた一次関数の式において、 $y=0$ を代入したときのxの値が答えとなるのである。

○大問題5

平成17年度の問題では、相似の証明ではなく合同の証明が出題された。三角形の合同は直角三角形でありかつ、斜辺を共有しているものがあれば、効率よく証明できる。よってどの三角形を選ぶかで難易度を大幅に下げることができるのである。また(3)はかなり骨太な問題である。DEの長ささえわかれば面積はすぐに計算できるが、しっかりと対策をとっている受験生でも厳しかったのではないだろうか。

(1) $\angle ABD=30^\circ$ と仮定から、比較的楽に計算できる。

(2) 三角形EDBと三角形EGBを示すのが、もっとも簡単であろう。他にも合同な三角形はいろいろな組合せがあるが、角度の計算を必要とするものが多いため、少しだけ手間がかかってしまう。またこの組合せは、(3)を解くときにも役立つものとなる。

(3) (2)より $DE=GE$ なので、GEを相似から求めればよい。なお角の二等分線の定理から $BA:BD=AE:DE$ となることからDEを直接求めることもできるが、計算の難易度が中学範囲としてはほぼ最高レベルのものとなってしまふ。

○大問題6

平行やねじれの関係にある辺を問う問題が無いことが珍しい。ただし計算量も含め、(1)(2)は比較的易しい問題を言えるであろう。ただし(3)においては、平行やねじれの関係以上にレベルの高い空間把握が必要となる。問題の条件を満たす点Pがどのような場所にあるべきなのかが把握できないと、計算することすらできなくなってしまう。

(1) 三平方の定理から計算してもよいが、3:4:5の直角三角形に気づいてほしい。

(2) 基本的な円すいの体積を求める問題。

(3) 問題の条件を満たすのは、 $BP=FP$ となるときである。このとき3点B, F, Pを通る平面を考えると、PからB, Fに下ろした垂線はBPの垂直二等分線となる。これがわかれば後は、三平方の定理で計算できる。

総評：この問題の特徴として、小問題ごとの得点率の差が激しいことが挙げられる。その上で大問題ごとの得点率が極端に大きくなっているものが少ない。これらのことから、普段の実力がうまく発揮できなかった受験生が多かったことが予想される。とは言え、どの大問題を見ても演習効果が高いものが揃っているため、難関校を狙う受験生は最後まできちんと正解できるか、そうでない受験生も合格点をうまく確保できるか、その練習にはかなり適した内容であると感ぜられる。

■平成18年度■

○大問題1

- (1) 正の数・負の数の計算問題。
- (2) 文字式を整理する計算問題。
- (3) 文字に数値を代入する計算問題。負の数の二乗に注意。
- (4) 根号を含む計算問題。特に分母の有理化を含んでいるので要注意。
- (5) 指定された文字で等式を整理する問題。質的には一次方程式と変わらない。
- (6) 公式を用いた因数分解。
- (7) 因数分解を用いた二次方程式の計算問題。
- (8) 二点を通る直線の方程式を求める問題。関数の問題としても重要。
- (9) 2つのさいころを使った確率の問題。考える事象が少ないので易しい問題といえる。
- (10) 円周角の定理を用いた角度を求める問題。点Qが円外にあるので難しく見えるが、丁寧に円内の三角形に注目すれば、特別な定理を用いる必要はない。

○大問題2

水道料金をx円、電気料金をy円として連立方程式を立てることになるが、条件の%をうまく使えるかどうかが鍵。また方程式に分数(または小数)が出てくるため、この部分もうまく処理をしたい。

○大問題3

一見すると難しそうなお題に感じられるが、nとおいた数の左右の数をきちんとnで表すことができれば、それほど難しい問題ではない。また「18でわりきれることを示す」=「証明の目標は $18 \times (\text{整数})$ の形にする」という点は過去の問題と同様である。

○大問題4

この問題は、与えられた図が受験生を迷わせてしまう可能性を持っている。そのためこの問題に限ったことではないが、図形や関数のグラフなどは問題用紙の図で済ませるのではなく、必ず問題文に沿って自分で描いてみるべきである。与えられた図では正方形や三角形に目を奪われるが、考えなければいけない初期の状態は線分ABのみである。

またこのことを理解していたとしても、高校入試の関数の問題としては(2)(3)は難しい部類に入る。解法の見当すらつかなかった受験生も多かったであろうと感じる。

- (1) $AP=2$ であり正方形の周囲の長さであるから、これは容易に計算できる。
- (2) 本来ならばきちんと面積を立式し、それぞれの関数の式を求めるほうが望ましい。しかし試験内の限られた

時間の中では、原点と(2, 4)を通る直線、原点と(2, 2)を通る放物線としてグラフから式を求めるほうが現実的である。そしてその差が1, 5になることから、二次方程式を立てそれを解くことになる。

(3) 問題文に「2乗に比例する」と書いてあるのが救い。これをもとに具体的にいくつか長さを計算し、グラフを描くために必要な点を求めることになる。もしも二次関数であることすら自分で求めようとすると、かなりの難問となるであろう。

○大問題5

相似の証明は頻出パターンであり、台形の面積も高ささえきちんと求められれば難しくない。その分かなり厄介なのが(3)である。四角形FBEHのような、平行四辺形でも台形でもない四角形の面積は、2つの三角形に分割するか、その四角形を含むような三角形で考えるのが定石である。

この問題ではAF:FBが与えられているため、三角形AFHとの面積比を考える場合にはBHを結び二つの三角形に分割する方法がもっとも解きやすいであろう。しかしその方針であっても、具体的な面積がわからない状態で比を計算することは、しっかりとした対策をとらないと受験生には厳しいであろう。

(1) 平行線とそれに交わる二直線によって囲まれる2つの三角形は相似。頻出事項。

(2) $\angle ABC = 60^\circ$ であることから、 $1:2:\sqrt{3}$ の直角三角形であることに気づけば求めやすい。

(3) 三角形AFDの三角形BFG、三角形AHDの三角形EHGなど、複数の相似を考えなければならない。その上で考察すべき四角形FBEHを三角形FBHと三角形BEHにするなど、正解を導くために考えなければならない過程が多い。受験生にとっては非常に難しい問題。

○大問題6

(3) が非常に難しい。 $1:2:\sqrt{3}$ の直角三角形をうまく使えばかなり計算量は減るものの、それ以前に条件を満たす点Pの位置を定めることが難しい(点Dと一致するときと勘違いしやすい)。この点Pを定めるには、辺AD上の点Pに対して、常に $PE = PF$ が成立しているためEFの midpointと点Pの長さが最小にならなければならない。このときEFの midpointをMとすると $\angle MPA = 90^\circ$ となることになる。このことは、空間図形において非常に高度な空間把握の力を要する。

さらに輪をかけて、この後の計算も迷うところである。線分MPの長ささえ求めればいいが、そのためには3点A, D, Mを通る平面での断面を考えるだけでなく、その断面に補助線を加えた図形で考えないと困難である。併せて上手に図形を選ばないと、根号を含んだ長さをもとに三平方の定理を使うことにもなる。もしそうになると計算だけでもかなりの時間を割いてしまうであろう。

(1) ねじれの位置については、①考えている直線と交わらない、②考えている直線を含む平面に含まれない・・・という基準で考えれば容易に答えられる。

(2) 二等辺三角形の高さを求めるときには、異なる長さの辺に垂線を下ろすのが鉄則。そうすると垂線の足はその辺の midpointとなる。

(3)もっとも楽だと思われる解答は、辺ADを延長した直線と辺MGを延長した直線の交点をNとする。そうすると $\angle MNA = 60^\circ$ であるから、三角形MPNを考えればMPが求められる。ただし辺MNの長さを求めるためには、三角形DGNをもとに辺GNを計算する。以上の2つの三角形はともに、 $1:2:\sqrt{3}$ の三角形であるため、複雑な長さをもとに計算する過程は大幅に縮小できる。ただしこれを試験中に実行できるかどうかは、非常に難しいと言わざるを得ない。

総評：この年度では、小問題ごとの得点率は部分的にしか公表されていない。しかし大問題の得点率を見ただけで、大問題4～6全てが4割を切っている。これは他の年度では無いことである。よって全体の得点率は、例年よりも低いものとなっている。各問題の考察にも記載しているが、大問題4～6において非常に難しい問題が出題されている。そのため難関校を受験する生徒は繰り返し解きなおして、いろいろな解法を試してみしてほしい。それが臨機応変に対応する力となるはずである。

■平成19年度■

○大問題1

- (1) 正の数・負の数の計算問題。
- (2) 文字式を整理する計算問題。
- (3) 文字に数値を代入する計算問題。負の数の2乗に注意。
- (4) 根号を含んだ計算問題。
- (5) 一次方程式の計算問題。
- (6) 公式を用いた因数分解。
- (7) 連立方程式を解く計算問題。
- (8) 比例定数を求め変数の値を決定する、二次関数の基本的な問題。
- (9) 5枚のカードを用いた確率の計算問題。レベルは易しすぎず標準的。
- (10) 円周角の定理を用いた角度の計算問題。二等辺三角形をいかに使うかがポイント。

○大問題2

これまでしばらく連立方程式の問題が続いていた中、二次方程式の文章題が出題された。二次方程式に戸惑う受験生も多かったであろうが、単位の統一・不適解の除去・四隅のブロックを加える・・・など、見落としやすい落とし穴が多く気が抜けない。丁寧に問題を理解し解答する力が必要になる。

○大問題3

数の並びがやや面食らってしまうが、3つの数が3ずつ変化していることに気づけばかなり易しい証明になる。なお「9でわりきれることを示す」＝「証明の目標は $9 \times (\text{整数})$ の形にする」ということは、変わらずである。

○大問題4

(1)(2)は基本的な問題であり、かつ頻出事項であるため、解けるようにしておかないといけない。(3)は一見難しそうに感じるが、Bさんの行動をグラフ化できればそれほど難問ではない。ただし「忘れ物に気づいた時刻を文字でおく」ことに慣れていないと、手が出せないかもしれない。

(1) 距離・時間・速度の基本的な関係。

(2) グラフで考えれば、二点を通る直線の方程式を求めるだけの問題である。

(3) 忘れ物に気づいた時刻を8時 t 分とおけば、P地点に行くまでの時間・P点から戻る時間を t で表すことができる。家にいる6分や自転車で図書館まで行った時間を踏まえて、全体で45分必要であったと考えればすぐに答えが導かれる。

○大問題5

この問題の相似の証明は非常に楽。さらに3:4:5の直角三角形が多いため、(2)も比較的楽に解くことができる。ただし(3)は難しい。いくつか解法があるが、そのどれもが見つけにくい。また点GからDFに平行な直線を引き、それとBCとの交点をHとすると、このHこそが点Pの位置となる。このように図形的には点Pの場所がすぐに定まるが、BPの長さを求めるためには三角形と平行線による比を駆使する必要がある。

おそらくもっとも簡単に解く方法は四角形FBDGの面積を具体的に求めて、それと三角形FBPの面積が一致する、というものであると思われる。しかしこれでも四角形を二つの三角形に分割して面積を計算し、三角形FBPの面積のためにFからBCに下ろした垂線の長さを求める、といった複雑な方法となっている。

(1) 相似の証明は、そのほぼ全てが「2角が等しい」ことを証明する。この問題では直角がたくさんあるため、相似の証明としてはかなりの易問であるといえる。

(2) 問題で与えられている辺の長さが少ないため、相似比を使おうとしても対応する辺の長さがわからない・・・とあせった受験生も多かったであろう。まずは必要になりそうな長さを求められるだけ求めておけば、後の計算にも役立つことが多い。

(3) 四角形FBDGに関しては、BGを結び三角形EBGと三角形DBGに分割をすると計算できる。ただしその値はやや複雑な数なので、落ち着いて計算を進める必要がある。またGからの平行線により先に点Pの場所を定めた場合は、三角形CPGの三角形CDFをフル活用することになる。計算する数値は小さくて済むが、対応する比を計算することがやや難しいと感じられる。

○大問題6

この問題は決して難しいものではない。ただし得点率を見ると、小問題ごとの得点率は公開されていないものの大問題では21, 4%とかなり低いものであった。原因は(2)の四角すいの体積を計算する際、高さを勘違いしたことが予想される。点Dは底面FBCGに直交する平面上にあり、かつその平面上に辺BCが乗る。これらのことから、頂点Dから辺BCに下ろした垂線が、求める四角すいの高さなのである。またこの高さは、三角形の相似か

ら容易に計算できるものである。よってこれからの受験生は、この大問題6のレベルならば確実に解けるように練習を重ねておくべきである。

(1) ねじれの位置については、①考えている直線と交わらない、②考えている直線を含む平面に含まれない・・・という基準で考えれば容易に答えられる。

(2) DからBCに下ろした垂線の足をQ、BからCDに下ろした垂線の足をRとすると、 $DB=BC$ となるので $DR=CR$ 。これと三角形QDCの三角形RBCを考えれば、CQの長さが決定できる。

(3) 折れ線の最小値を求めるには、その図形の展開図を考える。ただしこの問題では点PがEF上にあるときとFB上にあるときでは、考えるべき展開図が変わってくる。そのため両方の展開図を考え、より小さな値を求めることになる。

総評：この年度では、大問題2の得点率の低さ（37, 4%）が目立つ。また大問題5・6の図形問題の得点率が非常に低かったため、全体としては例年よりもかなり低い得点率となった。大問題5はやむを得ないと思うが、それよりも大問題6のほうが得点率が低いことが驚きである。また地味に、大問題1（10）の得点率もかなり低い。以上から、解くことが困難な問題を除外して、確実に解ける問題で点数を稼ぐことができれば、非常に効果が高い問題セットであるといえる。

■平成20年度■

○大問題1

- (1) 正の数・負の数の計算問題。
- (2) 文字式を整理する計算問題。
- (3) 文字に数値を代入する計算問題。負の数の二乗に注意。
- (4) 根号を含む計算問題。
- (5) 一次方程式を解く計算問題。
- (6) 公式を用いた因数分解。
- (7) 連立方程式を解く計算問題。
- (8) 比例定数を求め変数の値を計算する、反比例における基本問題。
- (9) 2つのさいころを使った確率の問題。
- (10) 円周角の定理を用いた角度を求める問題。直径に対する円周角が 90° になることを利用すれば、比較的容易な問題。

○大問題2

文章に従って二次方程式を立式しそれを解けばいいのだが、答えなければならぬのは木の本数であることに注意しなければならない。また結果としては周の長さを木を植える幅で割り算すれば正しい答えが出てくるが、

これが直線のように端が存在する場合には、割り算の後に1を加えないといけない(植木算の初歩)。すなわち非常に落とし穴が多く、完全な正解に至ることは比較的難しい問題である。実際に過去10年間のデータの中で、大問題2の得点率はこの問題がもっとも低い。

○大問題3

きちんと4連続の整数を文字で表現すれば、それほど難しい問題ではない。頻繁に出題される「○○でわりきれ」いう証明ではないが、証明の目標を最初に計算しておけば問題ないであろう。

○大問題4

一見、平成19年度の問題と同じような印象を受けるが、こちらのほうが考察する三角形APQが格段に扱いやすいので、問題のレベルは抑え目である。しかし二次関数と一次関数がつながってグラフを形成しているので、その点で戸惑った受験生もいたかもしれない。

(1) P, Qの動く速さから、 $AP=8$ 、 $AQ=2$ を考えられたらよい。

(2) 2点(12, 18)(16, 24)を通る直線の方程式と見ると、難しく考える必要はない。またもちろん、三角形APQの高さが12で固定されている・・・と考えて、直接方程式を求めてもよい。

(3) 最後のグラフにおいてx軸との交点を求め直線の方程式を求める方法と、図形を先に考えて三角形PAQの面積を立式する方法が考えられる。関数の問題としては前者の方法が考えやすいが、計算などを踏まえると後者の解法が正解を導きやすいであろう。

○大問題5

総論でも触れたが、この問題の(3)は0, 6%という極めて低い得点率の問題である。その点から見ると非常に難しい問題であると感じられる。しかし正しい判断をして計算を進めていけば、十分正解できるものなのである。そこで問題になるのが、「試験時間内で正答への正しい判断ができるか」ということである。このことに関しては、非常に難しいものがあると感じる。よってこの問題は、受験生には何度も解いてもらって、いろいろな解答を検討してもらいたい。そうすることで余裕を持って、試験内でも試行錯誤できるようになることができるのである。

(1) 図を見てBDとACは直交している・・・と考えてはいけない。三角形の相似は「二角が等しい」ことを証明するので、三角形ABCと三角形BGF、三角形EGBなど直角三角形どうしを選ぶと証明が楽になる。

(2) $AD:DC=1:4$ となることより三角形BADと三角形BCDの面積比も1:4である。これと三角形ABCの面積を考えれば、容易に三角形BCDの面積が求められ、三角形GCDの面積もわかる。

(3) この問題の解説として、一つの略解を示す。点DからBCに垂線を下ろしその交点をHとすると、条件から $BH:HC=1:4$ となる。これによりBHとHCの長さが決定できる。また同じく三角形と平行線の比の関係からDHの長さも計算される。三角形DHBに注目すると三平方の定理からBDが計算でき、三角形EGBと三角形BHDが相似であることからBEの長さが求まるのである。あくまでこの方法は一例であり、複数考えた解法の中からもっとも簡単なものを精査したものである。そのためこの解法が試験中に思いつかなくても仕方が無い。しかし他の方

法からでも正解を導くことは可能なので、準備としていろいろな方法を試しながら正解できるかチャレンジしてみてください。

○大問題6

問題自体はよく出題されるパターンであり、かつ複雑な計算を必要としない。しかし(1)～(3)のいずれも、例年よりも得点率は低めである。おそらく・・・ではあるが、問題に示されている図を使い続けて、自分の手で展開図や断面図を描かない受験生が多いのではないだろうか。(2)(3)はともに二等辺三角形の性質を使えば、ごく標準的な問題である。問題を解くために必要な図を、そのときに応じて自分で描いていくのが最大の対策になる。

(1)ねじれの位置については、①考えている直線と交わらない、②考えている直線を含む平面に含まれない・・・という基準で考えれば容易に答えられる。

(2)折れ線の長さの最小値を答える問題は、展開図で考えるのが基本。この問題では正三角形を2つ並べたものになるため、辺CMとBCが直交していることに気づけば、計算は比較的楽である。

(3)最初に、解答の方針がまったく立たない受験生も多かったのではないだろうか。ここは発想を逆転させる。三角形AFDの面積を求めるので、辺AD・DF・FAのいずれかが底辺となるはずである。そこでAD=6なので、DFやFAの長さを求めてみよう・・・という方針が立つ。その結果、DF=FAという結果が出てくるので、二等辺三角形の性質からこの三角形の高さも計算できる。それをもとにすればよい。

総評：問題の本質的な部分から言えば、平成19年度のほうが質・難易度ともに高い。しかし大問題2・5・6の得点率が非常に低かったため、全体の得点率は平成20年度のほうがかなり低くなっている。特に大問題5(1)や大問題6(1)(2)のように、通常得点率が高くなるような小問題でも低かったことが主な原因である。おそらく大問題5に関しては図形的な勘違い、大問題6に関しては図を描く手間を惜しんだ受験生が多かったのであろう。対策のときからマメに、手間を惜しまないことが重要である。

■平成21年度■

○大問題1

- (1) 正の数・負の数の計算問題。
- (2) 文字式を整理する計算問題。
- (3) 文字に数値を代入する計算問題。負の数の二乗に注意。
- (4) 根号を含んだ計算問題。
- (5) 一次方程式の計算問題。
- (6) 公式を用いた因数分解の計算問題。
- (7) 因数分解を用いた二次方程式の計算問題。
- (8) 比例定数を求めて関数の値を計算する、二次関数の基本問題。

(9) 複数個の玉を用いた確率の計算問題。基本的な問題であるが、乗法定理の仕組みを理解していない受験生は間違えやすい。

(10) 円と三角形を用いた角度を計算する問題。三角形OACを「二等辺三角形なので底角が等しい」「中心角は円周角の二倍」という2通りで使わないといけないので、戸惑った受験生も多かったであろう。

○大問題2

読書週間前のA中学校の対象生徒をx、人B中学校の対象生徒をy人として連立方程式を立てることになるが、条件の%をうまく使えるかどうかが鍵。また方程式に分数(または小数)が出てくるため、この部分もうまく処理をしたい。

○大問題3

多くの受験生が苦手とする、図形量を文字でおいて命題を証明する問題である。どの量を何の文字でおくのか明示されているものの、立式・計算ともに慣れておかないと完全な証明を作ることは難しい。

○大問題4

長い問題文・複雑な形をした容器・二箇所から同時に入れられる水など、かなり難しそうに見えるが、実際の(1)(2)はそれほど難しい問題ではない。ただし問題は(3)である。B面とC面の高さが一致とは、決して「壁を乗り越えるまでの時間」という意味ではない。B面が上昇する速さはC面のそれよりも多少速くなる。すなわち壁を越える前に一度高さが一致するのである。

(1) 二点を通る直線の方程式を立て $x=6$ を代入すれば問題なく解けるが、できればこういう形式の問題では「最初に底面A上に入っていた水の高さは12cm」であることを、グラフから読み取れるようになったほうがよい。

(2) この問題も直線を通る二点の座標が明示されているので問題なく解ける。

(3) B面上の水の高さとC面上の水の高さを、ともにグラフにすると解きやすい。このグラフは容器の体積や水が入る速度などから描こうとすると難しいが、問題の意味をしっかりと読み解いていけばかなり楽になる。このような対策をしっかりとできている受験生はそう多くないと思われるので、かなり難しい問題に感じられたであろう。

○大問題5

(2)(3)は、適切な補助線を引く、相似比をもとにうまく線分の長さの比を求める、などをスムーズにできないと非常に時間をとられてしまう。特に $1:1:\sqrt{2}$ の三角形を意識しないと、複雑な値を使って何度も三平方の定理を使わないといけない。試験時間内で解くのはかなり難しい問題だと思ってよい。

(1) 平行線がある場合、それと交わる二直線によって囲まれる2つの三角形は相似になる。このパターンは非常に多く出題される。

(2) Pの場所は、Cから下ろした垂線の足になることは問題ないであろう。いろいろと解き方はあるがもっとも早

いのは、Aから辺BCに垂線を下ろし(その交点をGとする)三角形AGBと三角形CPBがともに、 $1:1:\sqrt{2}$ の直角三角形になることを使う方法であろう。Pに直接影響しない補助線を入れる、という発想は受験生には厳しい。

(3)これもDEを延長するという補助線を入れるとよい。DEの延長線とBCの交点をHとすると、三角形FHCの三角形FDAである。これをもとに、三角形ABCの面積と三角形FBCの面積比を考えればよい。補助線としては(2)よりも引きやすいレベルであるが、慣れていないと難しいものである。

○大問題6

空間図形の問題としては、基本～標準レベルの難易度。大問題の得点率も40, 9%と図形問題としてはかなり高い数値を出している。小問題単位で見てもそれほど得点率に差が生じているわけでもないので、得点差をつけやすい質の高い問題であると感じる。

(1)ねじれの位置については、①考えている直線と交わらない、②考えている直線を含む平面に含まれない・・・という基準で考えれば容易に答えられる。

(2)三点F, A, Bを通る平面を考えれば、 $\angle FAB=90^\circ$ である。このことを把握していれば問題なく計算は進められるはずである。

(3)難しいのは三角すいの高さであろうが、これも $1:1:\sqrt{2}$ の直角三角形が使える形である。

総評：大問題3の図形量の証明が大きく影響を与えている。比較的配点も高いため、この形式の問題を解けるようになると、かなり差をつけられるものと思われる。また大問題4もやや難易度が高かったため、全体としては例年よりもやや得点率が低くなっている。ただし空間図形のように標準レベルの問題も多いため、偏り無く対策をとっていた受験生は結果に結びつきやすい問題だと思われる。大問題5はやや難しめであるが、今後の対策としていろいろな解法を検討してみるといいであろう。

■平成22年度■

○大問題1

(1)正の数・負の数の計算問題。

(2)文字式を整理する計算問題。

(3)文字に数値を代入する計算問題。負の数の二乗に注意。

(4)根号を含んだ計算問題。

(5)一次方程式の計算問題。

(6)公式を用いた因数分解の計算問題

(7)因数分解を用いた二次方程式の計算問題。

(8)比例定数を求めて関数の値を計算する、二次関数の基本問題。

(9)2つのさいころを使った確率の問題。考える場合が少ないため、全通りをきちんと表していく。

(10)円に内接する四角形をもとに角度の計算をする問題。直径の円周角は 90° であることを利用するが、三角形EBCを使うことに気づけないと厳しい。

○大問題2

A班の人数を x 人、B班の人数を y 人として連立方程式を立てることになるが、条件をもとに立式していくことが難しい。%も同様であるが「○割引き」という問題も、十分な理解と計算の慣れが必要になる。

○大問題3

大きいほうの奇数を表すことができれば難しい問題。ただし最後に因数分解をすることに気づかないと、手が止まってしまう。また厳密には中学範囲を超えてしまうが、結果の式をあらかじめ展開しておく、計算で困る要素は少なくなるであろう。

○大問題4

二次関数が含まれていないものの、この問題も複雑なグラフが与えられている。一見すると難しそうであるが、他の年度と同じように(1)(2)に関しては非常に易しい。問題は(3)になるが、まず計算しようとするのではなくBさんの動きをグラフ化することを目標にするとよい。問題文でP地点からQ地点まで走ったのと「同じ速さ」でQ地点からP地点まで走った・・・とあるが、グラフにすると傾きが異なる(速さにマイナスがつく)ことがわかる。

(1)速さを求めてしまったら容易。

(2)グラフが通る2点がわかっているため、それをもとに直線の方程式を求めればよい。

(3)BさんはAさんより12分遅れて出発し、35分には戻ってきている。そのためBさんが行動していたのは23分間であることがわかる。またBさんはQ地点で3分間休憩しているので、Bさんが走っていたのは20分間。行きも帰りも同じ速さで走ったので、片道10分間で走ったことになる。これよりBさんが走る速さがわかるのである。

○大問題5

昨年度までの問題に比べて、かなり易しくなったと言える。その理由は、 $1:2:\sqrt{3}$ の直角三角形が多く出てくるため、細かい辺の長さまであまり計算しなくてもわかるところが大きい。他にも与えられた図形をいろいろな視点から見ることで、余分な補助線を引かなくてもいいということもある。とは言え、図形問題に慣れておかないとやはり時間を取ってしまいやすいことは間違いない。この問題をスムーズに解けるようにすれば、更なる応用問題への対応がしやすくなるであろう。

(1)平行線がある場合、それと交わる二直線によって囲まれる2つの三角形は相似になる。このパターンは非常に多く出題される。

(2)点Eから辺ADかBCに垂線を下ろし、直角三角形を作ることで計算できる。どちらに下ろすかで考えるべき図形は変化するが、本質的にはあまり変わらない。

(3) 三角形の相似による比、三角形と平行線による辺の長さの比を重ねることで、問われている比が計算できる。このように比を重ねる計算ができるようになれば、図形の問題の計算がぐっと抑えられる。この問題では、相似比を使って $GH:HI$ を求め、平行線による比を使って $GH:HF$ を求める。

○大問題6

この問題は、例年の空間図形の問題の中では典型的なものであり、比較的易しい問題である。しかし得点率を見てみると過去10年間の中でもっとも低い。すなわち典型的な内容から「この問題のレベルに応用する」部分が受験生にとっての壁になるのである。他の年度と比べて差が生まれているのは(2)。すなわち等脚台形での三平方の定理の運用、二等辺三角形の性質を立体図形で運用する、ここが最大のポイントになるであろう。

(1) ねじれの位置については、①考えている直線と交わらない、②考えている直線を含む平面に含まれない・・・という基準で考えれば容易に答えられる。

(2) 上記のとおり、この問題をスムーズに解けたかどうかで得点の差が生まれたと考えられる。(等脚)台形の扱いの一番のポイントは、平行な辺の距離、いわゆる台形の高さを求めることが最も重要である。そのためには上底または下底のうち、短いほうの両端から垂線を下ろすことがセオリーである。これを知っていればそれほど難しくなく、かつスムーズに答えを導くことができる。

(3) 折れ線の長さの最小値を求める問題であるが、折れ線が二箇所曲がっている。しかし解法の本質はまったく同じであり、展開図を考えて、線分の長さを求めるだけの問題である。

総評：大問題6の得点率が低いものの、それ以外の問題の得点率が高かったため、例年通りの得点率に戻っている。重要なのが、全体として6割の得点率が維持されながらも極端な難問が無く、かつ小問題ごとの得点率に差が出ていることである。そのため実力を反映させやすい良い問題であると感じる。見た目にごまかされることなく、きちんと基本を押さえた対策をやっていた受験生は、きっと成果が出せたであろう。時間内にきちんと解けるかどうかを測るには最適な問題である。

■平成23年度■

○大問題1

- (1) 正の数・負の数の計算問題。
- (2) 文字式を整理する計算問題。
- (3) 文字に数値を代入する計算問題。負の数の二乗に注意。
- (4) 根号を含んだ計算問題。
- (5) 一次方程式の計算問題。
- (6) 公式を用いた因数分解の計算問題
- (7) 連立方程式を解く計算問題。

(8) 比例定数を求めてもよいが、 x が $-1/2$ 倍されており、この関数が反比例なので y の値は -2 倍になる、と考えると楽に求められる。

(9) 4枚の硬貨を使った確率の問題。どの硬貨が裏になるのかを考えなければならないので、慣れていないのならば全通りを書き出しても良い。

(10) 新傾向であり、非常に意味の深い問題。確率をもとに全体を推定する、というのは高校で扱う期待値のことである。

○大問題2

一見すると長方形の辺の長さを文字で置くか、幅を文字で置くか迷うところであるが、どちらも結局は二次方程式を解くことになるので、ここは素直に求めるべき値である幅を置くほうがいいであろう。このとき重要になるのが、長方形の具体的な辺の長さは必要なく、面積に注目するだけで立式できるということである。この立式はやや受験生には難しいと感じられるので、得点率は低いのではないかと予想できる。

○大問題3

文字を使って数の性質を証明する問題。基本的にこのパターンは、与えられた数をきちんと文字で表すことができれば難しくないが、この問題はやや計算が複雑になるかを感じる。なお「40でわりきれることを示す」＝「証明の目標は $40 \times (\text{整数})$ の形にする」ということは、変わらずである。

○大問題4

エネルギー消費量という言葉に面食らってしまうかもしれないが、内容は至って普通の一次関数の問題である。出題形式や内容も特別なものは無く、典型的な問題である。

(1) グラフから正比例の関係を読み取ることができるので容易。

(2) 2点(10, 90)(20, 240)を通る直線、と考えればその方程式を求めるだけの問題である。

(3) 5時27分のときの、Aさんのエネルギー消費量は282(キロカロリー)である。これとBさんのエネルギー消費量の変化の割合(グラフの傾き)があれば、Bさんについてのグラフの方程式がわかる。それと x 軸との交点を求めるべきものである。

○大問題5

大問題1で円の問題が出題されなかったせいか、平面図形で円の問題が出題されている。この問題は方針を少しでも誤れば、どんどん袋小路にはまってしまう。そのためたくさんの時間を使ってしまった受験生も多いであろう。この問題の難しさは、与えられた条件の少なさである。辺の長さが円の半径のみしかわかっていないので、辺の長さを出そうと三平方の定理を使っていくと、どんどんはまっていってしまう。やはり $1:2:\sqrt{3}$ や $1:1:\sqrt{2}$ の三角形を見抜き、計算に時間をかけないようにしないといけない。

- (1) $\angle ADC$ から $\angle ADB$ を引くだけでよい。
- (2) いくつか候補があるが、三角形 DEC がもっとも楽であろう。
- (3) A から辺 CD に垂線を下ろすことが最大のポイント。そうすると三角形 ACD が $1:2:\sqrt{3}$ の直角三角形と $1:1:\sqrt{2}$ の直角三角形に分割できる。なお面積比は頂点を共有しているので、底辺比を求めればよい。

○大問題6

やや立体の形が特殊であるが、設問の内容は典型的なものである。しかし(2)(3)は比較的答えを導くための手順が長く、力がある受験生でも時間が不足してしまうことがあったかもしれない。また計算途中で分数が多く出てくるので、計算力も試されるセットになっている。そのため問題の質は易しめであるが受験生の得点率は低くなってしまったのではないかと予想される。

(1) ねじれの位置については、①考えている直線と交わらない、②考えている直線を含む平面に含まれない・・・という基準で考えれば容易に答えられる。

(2) 折れ線の長さの最小を考える問題。例年と異なるのは、折れ線の長さを求めるのではなく、その途中にある2点の距離を求めるところである。直角三角形の相似を使い、細かい辺の長さを出していかなければならないので、計算をスムーズに行わないと時間が不足してしまうことになる。

(3) 四角すいの高さを求めるときに、三角形 ABC が $3:4:5$ の直角三角形であることを見抜く必要がある。角度が与えられずに、辺の長さだけで形状を考察することは、受験生にはやや難しいかと思われる。また複数組の三角形の相似をもとに計算することになるので、計算の方針をしっかりと立てておかないと求めるものを見失ってしまい、結果として時間を取られてしまうことになるであろう。

総評：新傾向の問題、連立方程式の立てにくさ、空間図形の計算の長さなどから、少なくとも全体の得点率は昨年度（平成22年度）よりも低くなっていると考えられる。一般的には新傾向の問題は、その見た目にごまかされてしまうが、難易度自体は低く設定されていることが多い。そのため今後は、新傾向の問題が出題されても、それに対応できるような柔軟な基礎学力を身につけておくようにしなければならない。また全体的な計算力の向上も必須事項と言えるであろう。